

---

---

# NIO 2021 finale

Løsningsforslag

---

---

# Tautrekking

Ønsker å finne største verdi  $K$  slik at tauet har enten  $"r"*K + "b"*K$  eller  $"b"*K + "r"*K$  som substreng.

Prøve alle verdier av  $K$ , og sjekke med `string.find()`

Binærsøke på  $K$ , og sjekke med `string.find()`

Ingen av delene ideelle. `string.find()` kan være treg hvis søkestrengen har mye repetisjoner.

---

---

# Tautrekking

Bryt tauet ned til lengden på de ensfargede seksjonene.

tau = rrrbbrrrrrbbbr => lengder = [3, 2, 4, 3, 2]  
svaret er da  $\max(\min(\text{lengder}[i], \text{lengder}[i + 1]))$

Iterer over strengen én gang. Man begynner en ny seksjon hvis fargen på denne taubiten er forskjellig fra den forrige. Hvis ikke legger man taubiten på forrige seksjon.

Trenger ikke å bygge opp v-arrayen. Trenger kun å huske forrige verdi.

---

---

---

# Togtur

Ligner på en shortest path oppgave. For  $V = 0$  er den standard shortest path.

Dette løses typisk med Dijkstra.

---

---

# Togtur - Dijkstra

La  $d[i]$  betagte avstand fra by 0 til by  $i$ .  $d[0] = 0$ .

Initialiser en priority queue (min heap) med {avstand 0, by 0}

Så lenge køen ikke er tom:

Hent og fjern element (avstand,  $u$ ) med lavest avstand i køen.

Hvis  $u$  ikke allerede er prosessert, sett  $d[u] = \text{avstand}$

For alle kanter (lengde, til) ut av  $u$ , legg (avstand+lengde, til) i køen

Marker  $u$  som prosessert

---

---

# Togtur - gratiskanter

Konstruer  $V+1$  "lag" av grafen.

Lag  $i$  representerer at du har  $i$  tilgjengelige billetter.

$$d[V][0] = 0$$

Hvert lag av grafen har de samme kantene som den opprinnelige grafen.

I tillegg gir alle toglinjer deg kanter fra hvert lag (untatt det nederste) til det neste laget (altså der hvor du har 1 billett færre) som har kostnad 0

---

---

# Topografi

Med litt vurdering set man at største garanterte høydeforskjell er lik den lengste stien i den rettede grafen som snøballsporene lager.

Var også en “lengste sti”-oppgave i runde 2, men der på en annen type graf.

Litt mer utfordrende siden du her må konstruere grafen selv, men begrenset størrelse på rutenettet gjør at man kan bruke  $O(N \cdot M)$  minne.

---

---

# Glatte trær

Første observasjon:

Rekkefølge på swap operasjoner har ingenting å si. Hver node trenger kun å utføre swap maksimalt én gang.

Enkel løsning:

For hvert subset av noder, prøv ut hvordan ruheten blir hvis nøyaktig disse nodene får en swap operasjon.

Tid:  $O(2^N * N)$ . Løser subtask 1.

---

---

# Glatte trær

Andre observasjon:

Hvert subtre lager en sammenhengende sekvens i traverseringen.

Hvert subtres bidrag til ruhet er dermed kun påvirket av hvilke tall som havner rett før og rett etter.

Gir oss en mulighet til å bruke dynamisk programmering.

---

---

# Glatte trær

```
best(node, verdi_før, verdi_etter):
    if node == null:
        return 0 if verdi_før == null || verdi_etter == null else
            abs(verdi_før, verdi_etter)
    else:
        return min(
            best(node.venste, verdi_før, node.verdi) +
            best(node.høyre, node.verdi, node.høyre),
            best(node.høyre, verdi_før, node.verdi) +
            best(node.venste, node.verdi, node.høyre))

print(best(0, null, null))
```

---

---

# Glatte trær

Ved å rekursere ned til “null” noder, så slipper vi å håndtere forskjellige tilfeller av at noder har 0, 1 eller 2 barn for å se hvordan dette nodens verdi selv påvirker summen. Nå blir det i stedet betraktet når vi kommer ned til et “tomt tre” og venstre-verdi og høyre-verdi ender opp med å berøre hverandre.

Memoiser resultatet for forskjellige verdier av (node, verdi\_før, verdi\_etter) for å få en løsning som bruker  $O(N^3)$  tid og  $O(N \cdot \max\_verdi^2)$  minne.

---

---

# Glatte trær

Gruppe 3:

venstre\_verdi og høyre\_verdi må alltid være verdien til en node (eller null). Bruk dette for å redusere minne ned til  $O(N^3)$  også.

Gruppe 4:

Enten venstre\_verdi eller høyre\_verdi vil alltid være verdien av foreldrenoden. Siden hvilken verdi som er venstre\_verdi og høyre\_verdi egentlig ikke spiller noen rolle kan vi gjøre det slik at det alltid er høyre\_verdi som endrer seg, og vi får  $O(N^2)$  tid/minne

---

---

# Slange

Finn intervallet med lengde  $L$  hvor summen av de  $L-K$  minste elementene er minst mulig.

For små verdier av  $N$  (og dermed både  $L$  og  $K$ ) kan det løses ved å beregne for hvert eneste gyldige intervall.

For større verdier trenger man en bedre datastruktur.

---

---

# Slange

Ønskede operasjoner:

- A) Legge till et tall
- B) Fjerne et tall
- C) Beregne summen av alle tallene unntatt de K største

Multiset gjør operasjon A og B effektivt for oss, men ikke C.

C vil kreve at man itererer over size-K elementer og summerer selv.

---

---

---

# Slange

Løsning:

Bruk to multiset: ett for de  $K$  største tallene og ett for resten

Hold selv styr på summen av “resten”

---

---

# Slange

```
insert(x):
    stor.insert(x)
    if (size(stor) > K):
        flytt minste element fra stor til liten

delete(x):
    if liten.contains(x):
        liten.delete(x)
    else:
        stor.delete(x)
        if size(stor) < K and size(liten) > 0:
            flytt største element fra liten til stor
```

```
#TODO hold styr på summen av "liten" hver gang den endrer seg
```

---

---

# Nordic Olympiad in Informatics

Åpen konkurranse for videregående skoleelever

24. 3. 2021 (Onsdag)

<https://noi2021.nio.no>

---

---

# Resultater

- 10 193 Jonas Elvedal Hole
  - 9 198 August Asp
  - 8 201 Falk Elvedal Bruskeland
  - 7 220 Mathias Harkestad Bæverfjord
  - 6 238 Inge Grelland
  - 5 272 Magnus Eide-Fredriksen
  - 4 349 Christoffer Grøndal Tryggestad
  - 3 400 Andreas Alberg
  - 2 410 Mathias Presthagen
  - 1 500 Magnus Hegdahl
-